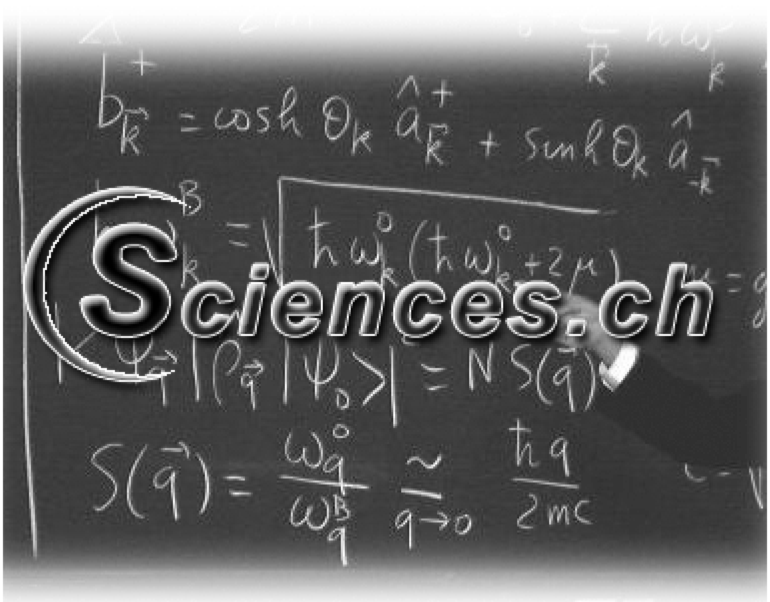


EXERCICES DE

DYNAMIQUE

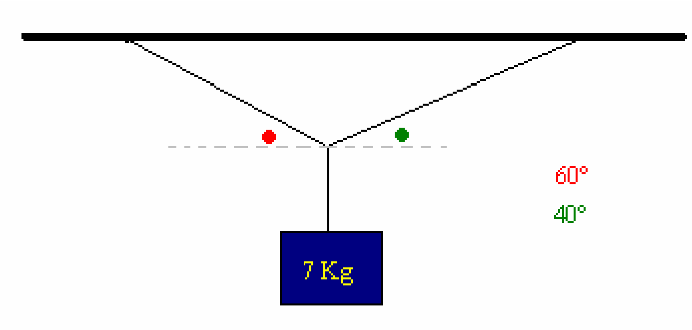
(version 2.0 du 28.02.2010)

EXERCICE 1.

Niveau : Lycée
Auteur : Dhyne Miguël (08.08.04, miguel.dhyne@win.be)
Mots-clés :

Enoncé :

Un bloc de $7[Kg]$ est attaché par deux cordes (voir ci-dessous). Trouvez le module de la tension dans chaque corde.



Solution :

D'après la deuxième loi de Newton, nous savons que que :

$$\sum F_x = 0 \qquad T1 \cdot \cos(40) - T2 \cdot \cos(60) = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0 \qquad T1 \cdot \sin(40) + T2 \cdot \sin(60) = P \quad (2)$$

(1) $T2 = \dfrac{\cos(40)}{\cos(60)} \cdot T1$ que nous introduisons dans (2)

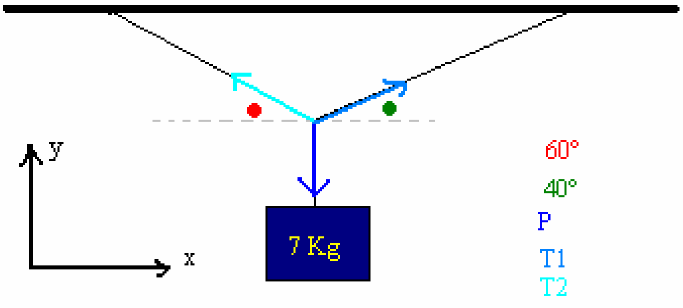
Nous avons alors :

$$T1 \cdot \sin(40) + T1 \cdot \frac{\cos(40)}{\cos(60)} \cdot \sin(60) = 7 \cdot 9.81$$

$$T1 \cdot (\sin(40) + \cos(40) \cdot \tan(60)) = 68.67$$

Et donc $T1 = 34.86[N]$

(1) $34.86 \cdot \cos(40) - T2 \cdot \cos(60) = 0$ et donc $T2 = 56.47[N]$


y
x
7 Kg
60°
40°
P
T1
T2

EXERCICE 2.

Niveau : Lycée
Auteur : Dhyne Miguël (10.08.04, miguel.dhyne@win.be)
Mots-clés :

Enoncé :

Déterminez la force constante agissant sur un avion Phantom F4 de $12'500[Kg]$ dans les cas suivants :

1. Il est accéléré du repose jusqu'à $250[Km/h]$ en $2.2[s]$
2. Il est freiné de $180\,[Km/h]$ jusqu'au repos en $40\,[m]$ par un filet (le mouvement de l'avion est dans la direction positive de l'axe des x).

Solution :

1. Nous savons par la deuxième loi de Newton que :

$$\sum F = m \cdot a$$

Calculons l'accélération :

$$v_f^{\,2} = v_0^{\,2} + 2 \cdot a \cdot (x - x_0) \quad \text{avec} \quad x = x_0 + v_0 \cdot t + a \cdot \frac{t^2}{2}$$

Notons aussi que $250\,[Km/h]$ équivaut à $69.44[m/s]$

Donc, nous obtenons alors :

$$v_f^{\,2} = v_0 \cdot t + 2 \cdot a \cdot (v_0 \cdot t + a \cdot \frac{t^2}{2})$$

$$69.44^2 = 0 + 2 \cdot a \cdot (0 + a \cdot \frac{2.2^2}{2})$$

$$4821.91 = 4.84 \cdot a^2$$

$$a = 31.56[m \cdot s^{-2}]$$

Donc :

$$F = 12500 \cdot 31.56 = 394500\,[N]$$

2. Notons que $180\,[Km/h]$ équivaut à $50\,[m/s]$

Utilisons la même relation, soit :

$$v_f^{\,2} = v_0^{\,2} + 2 \cdot a \cdot (x - x_0)$$

$$0 = 50^2 + 2 \cdot a \cdot 40$$

$$a = 31.25[m \cdot s^{-2}]$$

Par la deuxième loi de Newton :

$$\sum F = m \cdot a$$

$$F = 12500 \cdot 31.25 = 390625\,[N]$$

EXERCICE 3.

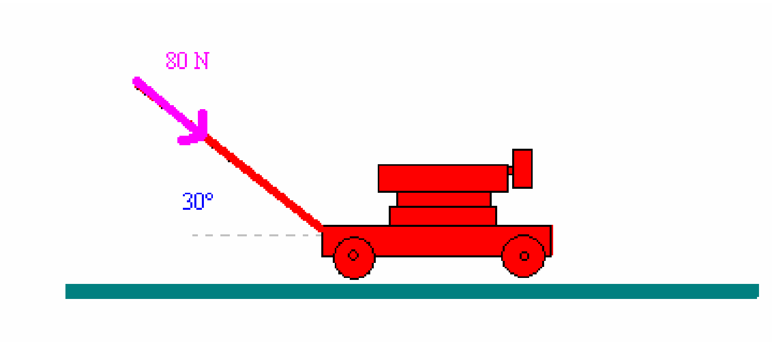
Niveau : Lycée
Auteur : Dhyne Miguël (08.08.04, miguel.dhyne@win.be)
Mots-clés :

Enoncé :

Un homme pousse une tondeuse à gazon de $20\,[Kg]$ avec une force de $80\,[N]$ dirigée parallèlement à la poignée qui est inclinée de $30°$ par rapport à l'horizontale.

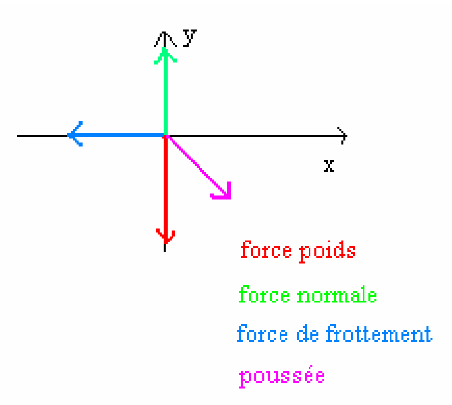
1. S'il se déplace à vitesse constante, quel est le module de la force de frottement due au sol ?

2. Quelle force parallèle à la poignée produirait une accélération de 1[m/s²], la force de frottement étant la même ?



Solution :

Tout d'abord, dessinons le graphique des différentes forces s'appliquant à ce problème :



1. Suivant l'axe des *x*, la vitesse est constante donc l'accélération est nulle.

2. Suivant l'axe *y*, il n'y a pas de raison d'avoir d'accélération.

Donc, nous avons par la deuxième lois de Newton :

$$\sum F_x = -F_{fc} + Poussée \cdot \cos(30°) = 0$$
$$\sum F_y = -Poids + N = 0$$

Et donc :

$$F_{fc} = 80 \cdot \cos(30°) = 69.28\,[N]$$

Considérons seulement la deuxième loi de Newton concernant l'axe des x :

$$\sum F_x = -Ffc + Poussée \cdot \cos(30°) = -69.28 + Poussée \cdot \cos(30°) = 1 \cdot 20$$

Donc :

$$Poussée = \frac{89.28}{\cos(30°)} = 103.09\,[N]$$

EXERCICE 4.

Niveau : Université
Auteur : Dhyne Miguël (10.08.04, miguel.dhyne@win.be)
Mots-clés :

Enoncé :

Un missile Polaris ayant une masse de $14000\,[Kg]$ est soumis à une poussée de $2\cdot 10^5\,[N]$. Si ses moteurs poussent dans le sens vertical pendant une minute à partir du repos, jusqu'à quelle hauteur va-t-il s'élever en l'absence de résistance de l'air ?

Solution :

Calculons tout d'abord l'accélération produit par la force de poussée, par la deuxième loi de Newton, nous savons que :

$$\sum F = m\cdot a$$

$$Poussée - Poids = m\cdot a$$

$$200000 - 9.81\cdot 14000 = 14000\cdot a$$

$$a = 4.48[m\cdot s^{-2}]$$

Utilisons maintenant les lois de Newton :

$$y_f = y_0 + v_0\cdot t + a\cdot\frac{t^2}{2}$$

$$y_f = 0 + 0 + 4.48\cdot\frac{60^2}{2}$$

$$y_f = 8064\,[\text{m}]$$

Mais nous ne pouvons nous arrêter ici, car après ce que les moteurs soient éteints, le missile avancera toujours jusqu'à ce que la gravité l'en empêche.

Nous allons donc devoir calculer quelle est sa vitesse au moment où les moteurs s'arrêtent.

$$v_f{}^2 = v_0{}^2 + 2\cdot a\cdot(x - x_0)$$

$$v_f{}^2 = 0 + 2\cdot(14.29 - 9.81)\cdot 8064$$

$$v_f{}^2 = 269\,[\text{m/s}]$$

Déduisons-en la distance totale parcourue jusqu'à ce que ce missile soit totalement arrêté :

$$v_d{}^2 = v_f{}^2 - 2\cdot 9.81\cdot(x_f - x)$$

$$0^2 = 269^2 - 2\cdot 9.81\cdot(x_f - 8064)$$

$$x_f = 11800\,[m]$$

EXERCICE 5.

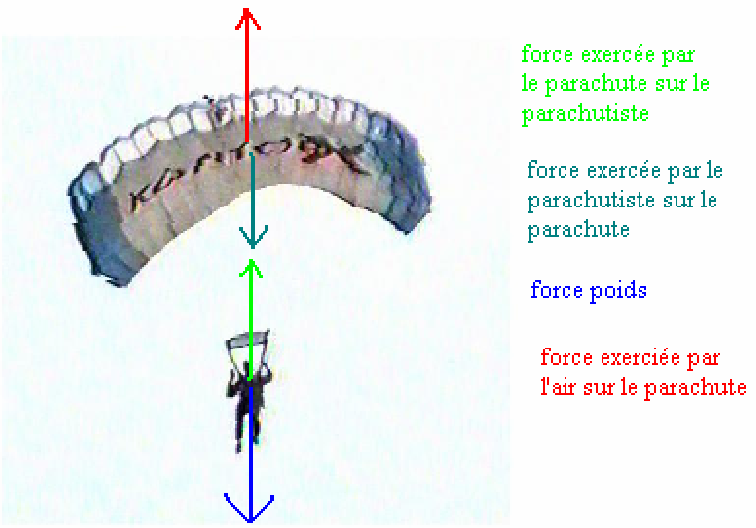
Niveau : Lycée
Auteur : Dhyne Miguël (10.08.04, miguel.dhyne@win.be)
Mots-clés :

Enoncé :

Un parachutiste de $60\,[Kg]$ et son parachute de $7\,[Kg]$ tombent à une vitesse constante de module $6\,[m/s]$. Déterminez le module :

1. de la force exercée par le parachute sur le parachutiste
2. de la force exercée par l'air sur le parachute (on néglige la force exercée par l'air sur le parachutiste).

Solution :



Avant de commencer, notons que l'accélération est nulle étant donné que la vitesse est constante.

1. Soit F_p la force exercée par le parachute sur le parachutiste.

$$\sum F_y = m \cdot a = 0$$

$$-Poids + F_p = 0$$

$$F_p = m \cdot g = 60 \cdot 9.81 = 589\,[\text{N}]$$

2. Soit F_a la force exercée par l'air sur le parachute :

$$\sum F_y = m \cdot a = 0$$

$$F_a - Poids = 0$$

$$F_a = m \cdot 9.81 = (60 + 7) \cdot 9.81 = 657 \text{ [N]}$$

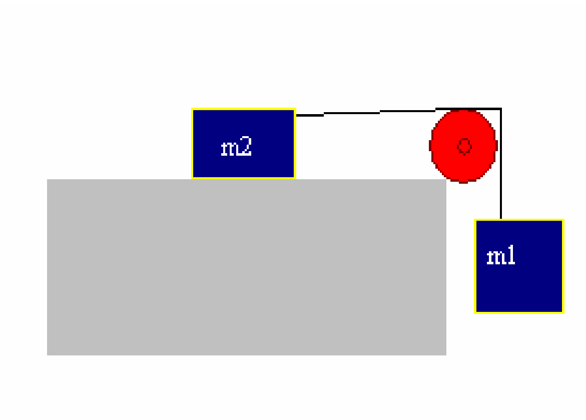
EXERCICE 6.

Niveau : Lycée
Auteur : Dhyne Miguël (11.08.04, miguel.dhyne@win.be)
Mots-clés :

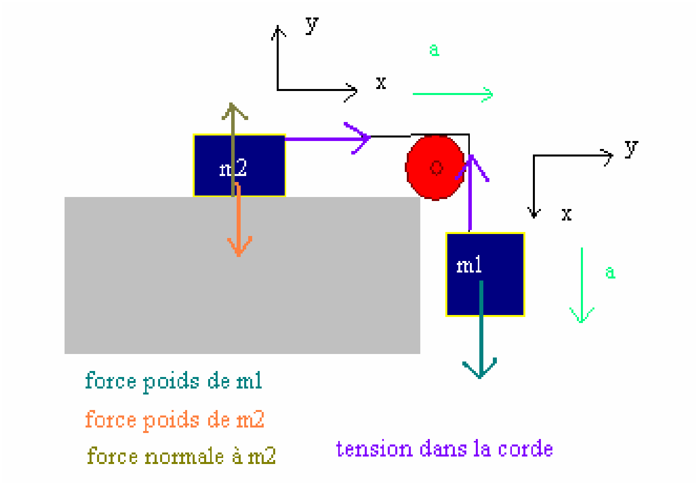
Enoncé :

Deux blocs sont reliés par une corde sans masse. La surface horizontale est sans frottement. Si $m_1 = 2\,[Kg]$, pour quelle valeur de m_2 :

1. L'accélération du système a un module de $4[m/s^2]$
2. La tension dans la corde est égale à $8\,[N]$



Solution :



Par la troisième loi de Newton, on sait que les tensions T dans la corde sont égales.

1. Considérons le système entier :

$$\sum F_x = M \cdot a$$

$$T - T + Poids(m_1) = (m_1 + m_2) \cdot a$$

$$9.81 \cdot 2 = (2 + m_2) \cdot 4$$

$$m_2 = 2.9\,[Kg]$$

2. Isolons tout d'abord le système relatif à m_1 :

$$\sum F_x = -T + Poids(m_1) = -8 + 2 \cdot 9.81 = m_1 \cdot a = 2 \cdot a$$

$$a = 5.81[m \cdot s^{-2}]$$

Si nous reprenons la relation du point (1) précédent :

$$T - T + Poids(m_1) = (m_1 + m_2) \cdot a$$

$$2 \cdot 9.81 = (2 + m_2) \cdot 5.81$$

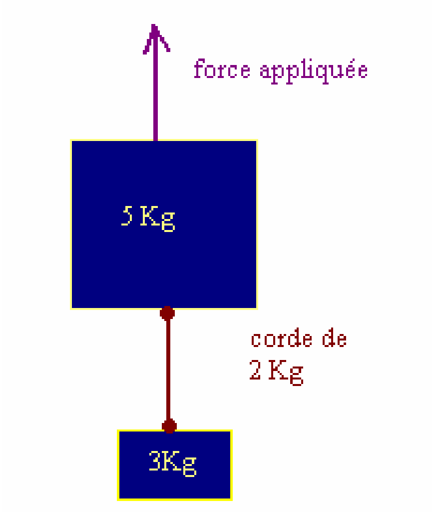
$$m_2 = 1.38[Kg]$$

EXERCICE 7.

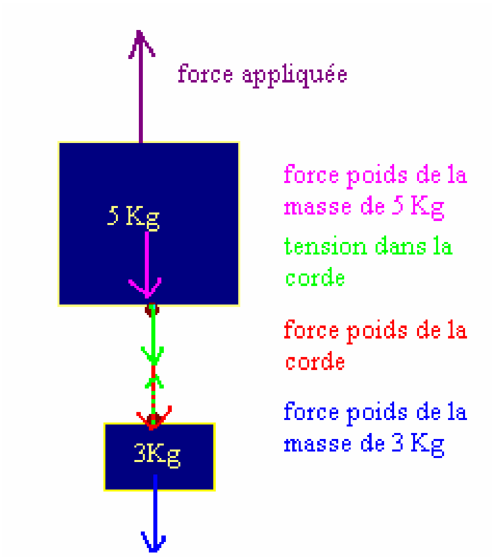
Niveau : Université
Auteur : Dhyne Miguël (11.08.04, miguel.dhyne@win.be)
Mots-clés :

Enoncé :

Un bloc de $5\,[Kg]$ est attaché à sa partie inférieure à une corde de masse $2\,[Kg]$ et un autre bloc de $3\,[Kg]$ suspendu à l'autre extrémité de la corde. L'ensemble du système est accéléré vers le haut à $2[m\cdot s^{-2}]$ par une force extérieure F_0. Que vaut cette force ?



Solution :



$$\sum F_y = -Poids(3[Kg]) + T - T - Poids(corde) - Poids(5[Kg]) + F_0 = m\cdot a$$

$$-3\cdot 9.81 - 2\cdot 9.81 - 5\cdot 9.81 + F_0 = (3+2+5)\cdot 2$$

d'où :

$$F_0 = 118\,[N]$$

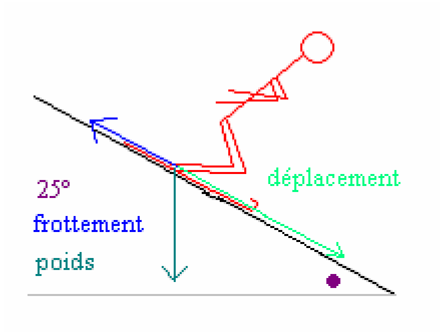
EXERCICE 8.

Niveau : Lycée
Auteur : Dhyne Miguël (16.08.04, miguel.dhyne@win.be)
Mots-clés :

Enoncé :

Une skieuse de $60\,[Kg]$ glisse sans effort sur $200\,[m]$ vers le bas d'une pente inclinée de $25\,°$. Quel est le travail effectué sur la skieuse par la force de gravité et par la force de frottement qui a un module de $20\,[N]$?

Solution :



Par définition, nous savons que :

$$W = \vec{F} \circ \vec{s} = F \cdot s \cdot \cos(a)$$

Concernant la force poids, elle forme un angle de $90 - 25 = 65\,°$ avec le vecteur déplacement.

Donc :

$$W_{poids} = Poids \cdot 200 \cdot \cos(65) = 60 \cdot 9.81 \cdot 200 \cdot \cos(65) = 49750\,[J]$$

Concernant la force de frottement, elle forme un angle de $180\,°$ avec le vecteur déplacement, ce qui nous donne un travail négatif puisque : $\cos(180) = -1$

Dès lors :

$$W_{frott} = F \cdot s \cdot \cos(80) = 20 \cdot 200 \cdot (-1) = -4000\,[J]$$

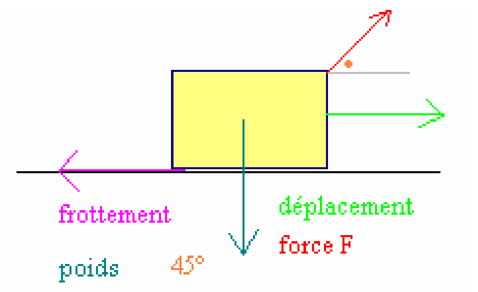
EXERCICE 9.

Niveau : Université
Auteur : Dhyne Miguël (16.08.04, miguel.dhyne@win.be)
Mots-clés :

Enoncé :

Soit un bloc de 1.8 $[Kg]$ en mouvement à vitesse constante sur une surface pour laquelle $\mu_c = 0.25$. Il est tiré par une force F dirigée à $45\,°$ vers le haut par rapport à l'horizontale et son déplacement est de $2\,[m]$. Trouvez le travail effectué sur le bloc par la force F, la force de frottement et la force de gravité.

Solution :



Nous savons par la deuxième loi de Newton que (où N est la force normale) :

$$\sum F_y = -Poids + N + F\cdot\sin(45) = 0 \text{ et donc } N = 9.81\cdot 1.8 - F\cdot\sin(45)\,[N]$$

Or, par définition :

$$F_{fc} = \mu_c \cdot N = 0.25\cdot\left(9.81\cdot 1.8 - F\cdot\sin(45)\right)\ [N]$$

De même par la deuxième loi de Newton :

$$\sum F_x = -F_{fc} + F\cdot\cos(45) = 0 \text{ et donc } F = \frac{1}{\cos(45)}\cdot 0.25\cdot(9.81\cdot 1.8 - F\cdot\sin(45))$$

$$F\cdot\left(1+\frac{0.25\cdot\sin(45)}{\cos(45)}\right) = 1.25\cdot F = \frac{1}{\cos(45)}\cdot 0.25\cdot 9.81\cdot 1.8$$

Et donc, finalement, nous trouvons :

$$F = 5\,[N]$$

Donc, nous pouvons calculer :

$$W_{poids} = \overline{Poids}\circ\vec{s} = 9.81\cdot 1.8\cdot 2\cdot\cos(90) = 0\,[J]$$

$$W_F = \vec{F}\circ\vec{s} = F\cdot 2\cdot\cos(45) = F\cdot\sqrt{2} = 5\sqrt{2}\,[J]$$

$$W_{Ffc} = 0.25 \cdot \left(9.81 \cdot 1.8 - F \cdot \cos(45)\right) \cdot 2 \cdot \cos(180)$$
$$= -0.25 \cdot \left(9.81 \cdot 1.8 - F \cdot \cos(45)\right) \cdot 2 = -3.53 \; [J]$$

EXERCICE 10.

Niveau : Université
Auteur : Dhyne Miguël (12.09.04, miguel.dhyne@win.be)
Mots-clés : quantité de mouvement

Enoncé :

Une balle de mastic de *500* [g] se déplaçant horizontalement à *6* [m/s] entre en collision avec un bloc posé sur une surface horizontale sans frottement et reste attachée au bloc. Si *25* [%] de l'énergie cinétique du système est perdue, quelle est la masse du bloc ?

Solution :

Soit m_1, la masse de la balle de mastic ;

m_2, la masse du bloc ;

v_1, la vitesse de la balle de mastic ;

v_2, la vitesse du bloc ;

v, la vitesse du bloc et de la balle après impact.

Nous connaissons la relation de la quantité de mouvement :

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot v \quad (1)$$

Nous avons aussi de la relation de l'énergie cinétique, soit :

$$E_{cin} = m \cdot \frac{v^2}{2}$$

Nous perdons *25* [%] de l'énergie cinétique, donc nous pouvons écrire :

$$0.75 \cdot E_{cin\_initial} = E_{cin\_final}$$

$$0.75 \cdot m_1 \cdot \frac{v_1^2}{2} = (m_1 + m_2) \cdot \frac{v_2^2}{2} \quad (2)$$

Nous avons deux inconnues, et deux équations. Remplaçons *v* dans (2) grâce à la relation (1), nous obtenons :

$$0.75 \cdot m_1 \cdot v_1{}^2 = (m_1 + m_2) \cdot \left(\frac{(m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2} \right)^2$$

$$0.75 \cdot 0.5 \cdot 6^2 = \frac{(0.5 \cdot 6 + 0)^2}{0.5 + m_2}$$

$$0.5 + m_2 = 0.67$$

$$m_2 = 0.17 \text{ [Kg]}$$

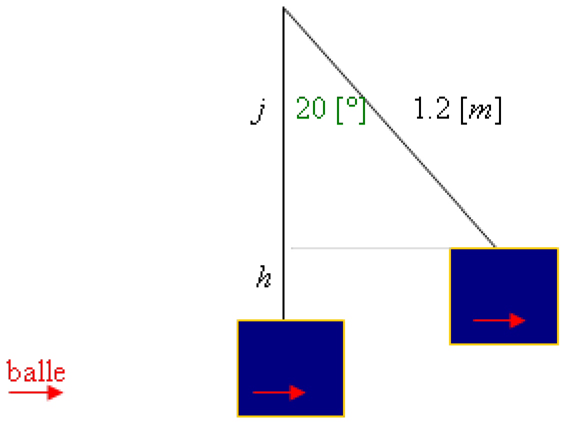
EXERCICE 11.

Niveau : Université
Auteur : Dhyne Miguël (12.09.04, miguel.dhyne@win.be)
Mots-clés : quantité de mouvement

Enoncé :

Une balle de fusil de *15* [g] pénètre dans un bloc de *2* [Kg] suspendu à une corde de *1.2* [m] (pendule balistique). Après le choc, la corde s'élève d'un angle maximal de *20* [°] par rapport à la verticale. Déterminez le module de la vitesse de la balle avant la collision ainsi que la perte d'énergie cinétique due à l'impact (en pourcentage).

Solution :



Nous allons tout d'abord calculer la vitesse de l'ensemble (balle + bloc) après la collision à l'aide du principe de conservation de l'énergie :

$$E_{cin\_impact} = E_{pot\_final}$$

$$(2+0.015)\cdot\frac{v_{ensemble}{}^2}{2} = (2+0.015)\cdot 9.81\cdot h$$

$$v_{ensemble}^2 = 2\cdot 9.81\cdot(1.2-\cos(20)\cdot 1.2)$$

$$v_{ensemble} = 1.19 \ \text{[m/s]}$$

Appliquons maintenant la loi de la quantité de mouvement afin d'obtenir la vitesse initiale de la balle de fusil (collision inélastique):

$$m_{balle}\cdot v_{balle} + m_{bloc}\cdot v_{bloc} = m_{ensemble}\cdot v_{ensemble}$$

$$0.015 \cdot v_{balle} + 0 = 2.015 \cdot 1.19$$

$$v_{balle} = 160 \ \text{[m/s]}$$

Calculons maintenant le pourcentage de perte d’énergie :

$$\frac{E_{cin\_depart} - E_{cin\_final}}{E_{cin\_initial}} \cdot 100 = \frac{0.015 \cdot \frac{160^2}{2} - 2.015 \cdot \frac{1.19^2}{2}}{0.015 \cdot \frac{160^2}{2}} \cdot 100 = \frac{192 - 1.43}{192} \cdot 100 = 99.3 [\%]$$

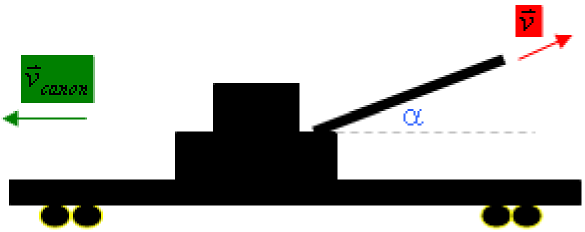
EXERCICE 12.

Niveau : Université
Auteur : Dhyne Miguël (12.09.04, miguel.dhyne@win.be)
Mots-clés : quantité de mouvement

Enoncé :

La figure ci-dessous représente un canon orienté selon un angle α par rapport à l'horizontale sur la plate-forme d'un wagon initialement au repos. La masse du wagon et du canon est *M*. Un boulet de canon de masse *m* est tiré à la vitesse $\vec{v}$ par rapport au canon. Montrez que la vitesse de recul du wagon a pour module :

$$\frac{m \cdot v \cdot \cos\alpha}{M + m}$$



Solution :

Appliquons la loi de conservation de la quantité de mouvement :

$$m \cdot \vec{v}_{boulet} + M \cdot \vec{v}_{canon} = m \cdot (\vec{v} + v_{canon}) + M \cdot \vec{v}_{canon}$$

$$0 = m \cdot [v \cdot \cos(\alpha) - v_{canon}] - M \cdot v_{canon}$$

$$v_{canon} = \frac{m \cdot v}{M + m}$$

C.Q.F.D.